

# NF93 – Logique des propositions

Chabot Simon

20 avril 2011

## 1 Définitions

**Définition 1.1** (Proposition). *Une proposition est un énoncé susceptible d'avoir la valeur de vérité vrai ou faux.*

**Définition 1.2** (Modèle). *Une interprétation  $I$  est un modèle d'une formule  $\varphi$  ssi  $\varphi$  est vraie pour  $I$ .*

**Définition 1.3** (Satisfiabilité). *Une formule est satisfiable ssi elle admet au moins un modèle. Sinon, elle est insatisfiable.*

**Définition 1.4** (Conséquence logique). *Une formule  $G$  est conséquence logique d'un ensemble de formule  $\Omega$  ssi tout modèle de  $\Omega$  est un modèle de  $G$ .*

**Exemple 1.1.**

$$\{(p \Rightarrow q); (q \Rightarrow r)\} \models (p \Rightarrow r)$$

**Proposition 1.1.** *Donc, pour montrer la propriété de conséquence logique  $\bigwedge_{i=1}^n H_i \Rightarrow C$ , il suffit montrer l'une des propriétés suivante :*

- $\{H_i, 1 \leq i \leq n\} \models C$
- $\{(\bigwedge_{i=1}^n H_i) \wedge \neg C\}$  est insatisfiable.

## 2 Règles de calculs

### 2.1 De Morgan

$$\neg(p \vee q) \equiv (\neg p \wedge \neg r) \tag{1a}$$

$$\neg(p \wedge q) \equiv (\neg p \vee \neg r) \tag{1b}$$

## 2.2 Distributivité

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \quad (2a)$$

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \quad (2b)$$

## 2.3 Approches syntaxives déductives \ Règles d'inférences

**Modus ponens**

$$(P \Rightarrow Q, P) \vdash Q$$

**Modus tollens**

$$(P \Rightarrow Q, \neg Q) \vdash \neg P$$

**Syllogisme disjonctif exclusif**

$$(P \text{ xor } Q, P) \vdash \neg Q$$

**Syllogisme conjonctif**

$$(P \wedge Q, P) \vdash Q$$

# Index

## C

Conséquence logique ..... 1

## D

De Morgan ..... 1

Distributivité ..... 2

## I

Inférences (règles d') ..... 2

## M

Modèle ..... 1

Modus

    ponens ..... 2

    tollens ..... 2

## P

Proposition ..... 1

## S

Satisfiabilité ..... 1

Syllogisme

    conjonctif ..... 2

    disjonctif exclusif ..... 2